

**Série N°:11**  
(Homothétie)

**EXERCICE N° 1 :**

I) Soit l'application  $f : P \rightarrow P$

$$M \mapsto M' \text{ tel que : } \overrightarrow{MM'} = 5\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}$$

1/ Montrer que  $f$  admet un seul point invariant  $I$ , que l'on précisera.

2/ Montrer que  $f$  est une homothétie que l'on caractérisera.

II) Soit ABCD un parallélogramme.

1/ Construire le point  $O$  tel que :  $\overrightarrow{AO} = -1/2 \cdot \overrightarrow{AB}$

2/ Montrer que  $h_{(O,3)}(A) = B$ .

3/ Déterminer  $h_{(O,3)}((AD))$ .

4/ Soit  $E$  le point d'intersection de  $(OC)$  et  $(AD)$ . Déterminer  $h_{(O,3)}(E)$

**EXERCICE N° 2 :**

On donne un segment  $[AB]$  tel que  $AB = 4$  cm.

Soit  $O$  le milieu de  $[AB]$  et  $I$  le point de ce segment tel que :  $\overrightarrow{AI} = 1/4 \cdot \overrightarrow{AB}$  et  $h$  l'homothétie de centre  $I$  et de rapport  $-3$ .

1/ Montrer que :  $h(A) = B$ .

2/ Soit  $C$  le point  $\notin$  à  $(AB)$ . La parallèle à  $(AC)$  passant par  $B$  coupe  $(IC)$  en  $D$ .

a- Déterminer  $h((AC))$  et  $h((IC))$ .

b- Montrer que :  $h(C) = D$ .

3/ Soit  $J$  le milieu de  $[AC]$ .

Construire le point  $J' = h(J)$  et en déduire que  $J' = B * D$ .

**EXERCICE N° 3 :**

Soit ABC un triangle quelconque.

1/ a- Construire les points  $E$  et  $F$  tel que :  $h_{(A,1/4)}(B) = E$  et  $h_{(A,1/4)}(C) = F$

b- En déduire la position relative des droites  $(BC)$  et  $(EF)$ .

2/ On pose  $K = B * C$  et  $L = E * F$ . Montrer que :  $A, L$  et  $K$  sont alignés.

3/  $[BF]$  et  $[CE]$  se coupent au point  $G$ . Déterminer et construire :

•  $h_{(A,1/4)}((KL))$

•  $h_{(A,1/4)}((BF)) = \Delta$

•  $h_{(A,1/4)}((CE)) = \Delta'$

4/ Soit  $H = \Delta \cap \Delta'$ , montrer que  $h_{(A,1/4)}(G) = H$ .

5/ Que-peut-on dire des points :  $A, L, K, G$  et  $H$ .

6/ soit le cercle  $\zeta$  de centre  $G$  et de rayon  $2$ . Déterminer  $h_{(A,1/4)}(\zeta)$